Exercice 1 :

Les raies spectrales

Un spectre d'hydrogène peu se décomposer en plusieurs série, dans cet exercice on se limitera aux trois première.

1) Chaque série est composée de plusieurs raies, a quel phénomène correspond ces raies ?

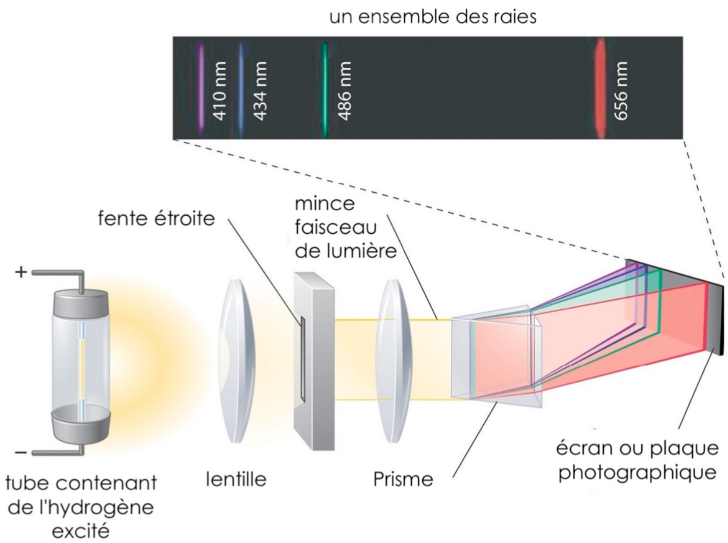


Figure 1.16 – L'expérience de Balmer sur les raies spectrales.

Afin d'expliquer le phénomène en question il faut entamer avec la provenance ou l'origine d'une raie (c'est quoi une raie ? d'où vient-elle ?).
Dans l'expérience de **Blamer** ça commence avec une source lumineuse (**lumière**), d'où vient cette dernière ? c'est le fait qu'un électron excité (avec une énergie) reviens à son état fondamentale (état de repos) libère une énergie sous forme de photon (**lumière**).
Alors ce retour appelé aussi une transition électronique se traduit par un phénomène d'Émission (émission d'énergie sous forme de lumière).

Une éventuelle question peut se présentée. Dans l'énoncé de l'exercice, y a le mot « série », avec la figure suivante on peut gagner pas mal de temps.

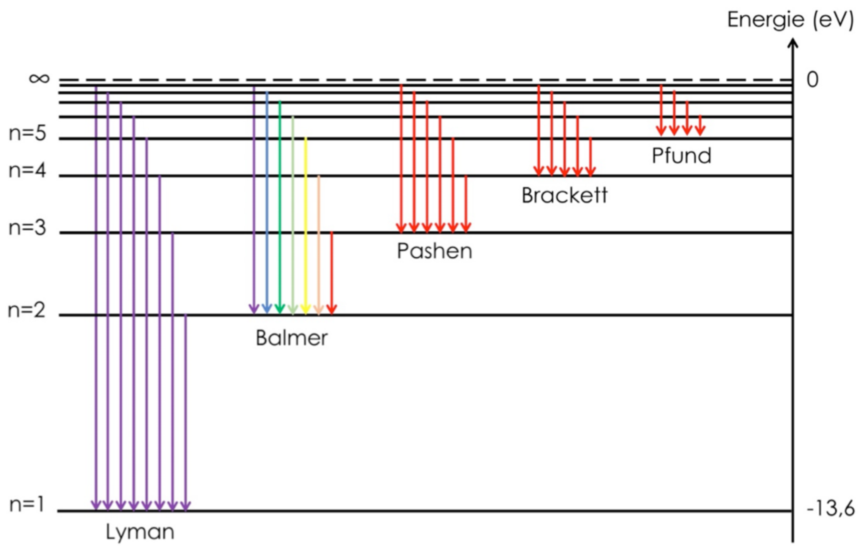


Figure 1.15 – Séries spectrales de l'atome d'hydrogène

Une raie est caractérisée par sa longue d'onde, et avec cette dernière on peut déduire l'énergie et la fréquence.

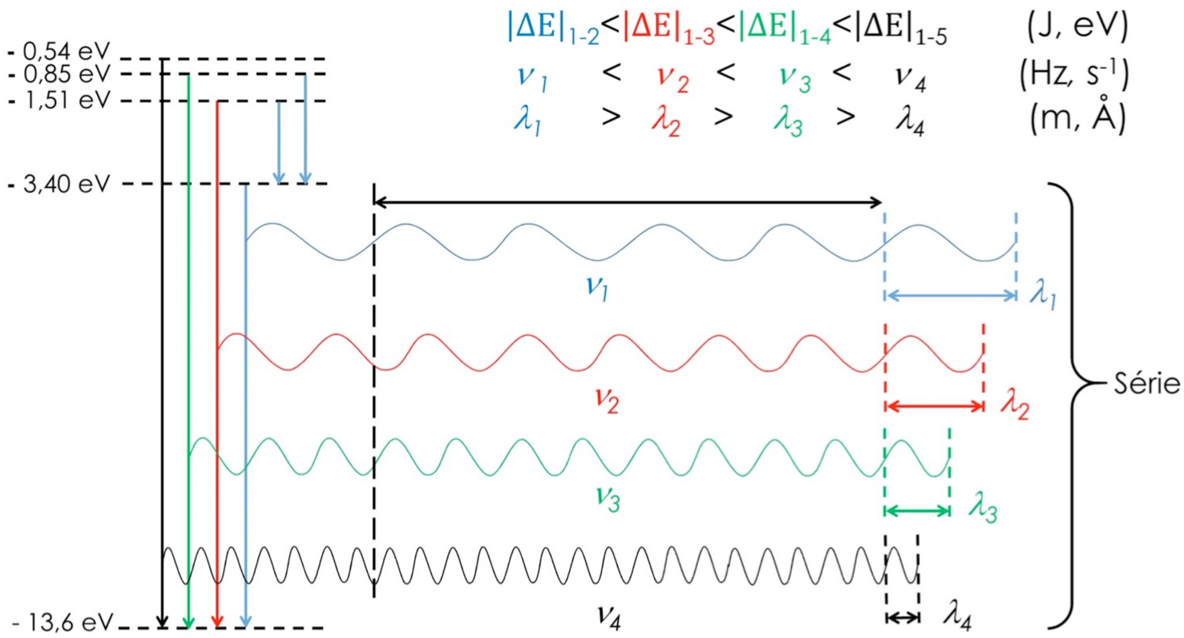


Figure 1.14 – Relation entre fréquence et longueur d'onde

2) Quelle est l'expression générale donnant la longueur d'onde d'une raie ?
Il y a deux expressions, celle que regroupe les grandeurs en question (ΔE, ν et λ)

$$|\Delta E_{f-i}| = h\nu = h\frac{C}{\lambda}$$

Et celle qui est en fonction des niveaux (final et initial)

$$|\Delta E_{f-i}| = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = 2.18 \cdot 10^{-18}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

Avec les deux on déduit l'équation de Balmer

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2.18 \cdot 10^{-18}}{hC}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = 1,097 \cdot 10^7\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = R_H\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

$$\lambda = \left[R_H \cdot \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2}\right)\right]^{-1}$$

Avec la dernière équation de préférence il faut introduire le terme indice de série (p) et indice de raie (n), n'oubliez pas que R_H est spécifique pour l'hygrogène.

3) Trouvez la longueur d'onde qui correspond aux quatre premières raies (en Å) d'une série qui appartiens au domaine du visible.

Pour le domaine du visible l'indice de cette série p=2

$$\lambda_{3,2} = \left[R_H \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)\right]^{-1} = \left[1,097 \cdot 10^7\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)\right]^{-1} = 6563 \text{ Å}$$

$$\lambda_{4,2} = \left[R_H \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right)\right]^{-1} = \left[1,097 \cdot 10^7\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right)\right]^{-1} = 4861 \text{ Å}$$

$$\lambda_{5,2} = \left[R_H \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2}\right)\right]^{-1} = \left[1,097 \cdot 10^7\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2}\right)\right]^{-1} = 4340 \text{ Å}$$

$$\lambda_{6,2} = \left[R_H \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2}\right)\right]^{-1} = \left[1,097 \cdot 10^7\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2}\right)\right]^{-1} = 4102 \text{ Å}$$

Les raies de chaque série sont encadrées par deux raies limites nommées λ_i pour la limite inférieure et $\lambda\infty$ pour la limite supérieure.

4) Établir une formule générale permettant le calcul de ces deux limites. Calculer λ_i et $\lambda\infty$ pour les 5 premières séries.

D'une façon générale :

$$\frac{1}{\lambda_{n,p}} = \frac{1}{\lambda_n} = R_H\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2}\right) = R_H\left(\frac{n^2 - p^2}{p^2 n^2}\right) = \frac{R_H}{p^2}\left(\frac{n^2 - p^2}{n^2}\right) \quad \text{avec } p < n$$

$$\frac{1}{\lambda_n} = \frac{R_H}{p^2}\left(\frac{n^2 - p^2}{n^2}\right) = \frac{1}{\lambda_\infty}\left(\frac{n^2 - p^2}{n^2}\right) \quad \text{avec } \frac{1}{\lambda_\infty} = R_H\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{\infty^2}\right) = R_H\left(\frac{1}{p^2}\right)$$

Donc :

$$\frac{1}{\lambda_n} = \frac{1}{\lambda_\infty}\left(\frac{n^2 - p^2}{n^2}\right) \quad \text{et} \quad \frac{1}{\lambda_\infty} = \frac{R_H}{p^2}$$

Calculer λ_i et $\lambda\infty$ pour les 5 premières séries. Pour λ_i c'est là ou n=p+1, il suffit de travailler avec p (indice de série :

$$\lambda_i = \lambda_\infty \frac{(p+1)^2}{2p+1} \quad \text{et} \quad \lambda_\infty = \frac{p^2}{R_H}$$

$R_H = 1{,}097\ .\ 10^7$	Lyman	Balmer	Pashen	Brackette	Pfund
p	1	2	3	4	5
λ∞ (Å)	912	3646	8204	14585	22789
λi (Å)	1215	6563	18752	40515	74584

Exercice 2 :

1) Si l'énergie d'ionisation d'un hydrogénoïde est égale à 122,4 eV, de quel élément s'agit-il (le numéro atomique Z) ?

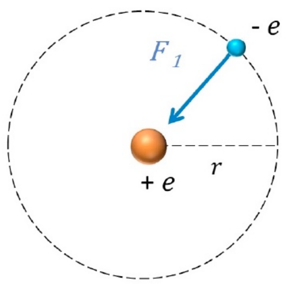
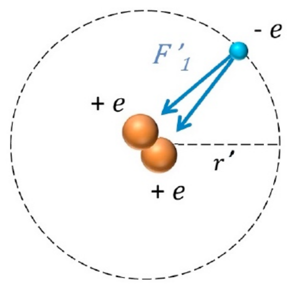
Pour le cas d'hydrogène Energie totale est :

$$E_{total} = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) = -\frac{9.1\cdot 10^{-31}\cdot(1.602\cdot 10^{-19})^4}{8\cdot(8.85\cdot 10^{-12})^2\cdot(6.626\cdot 10^{-34})^2}\cdot\left(\frac{1}{1^2}\right) = -2.18\cdot 10^{-18}J = -13.6\left(\frac{1}{n^2}\right)eV$$

Une transition électronique entre deux niveaux est :

$$|\Delta E_{f-i}| = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n_f^2}-\frac{1}{n_i^2}\right) = 2.18\cdot 10^{-18}\left(\frac{1}{n_f^2}-\frac{1}{n_i^2}\right)$$

Mais pour le cas d'hydrogénoïde c'est :

Grandeur	Hydrogène	Hydrogènoïde
Force d'attraction	$F_1 = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{r^2}$ 	$F_1' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{(\mathbf{Z}\cdot +e)-e}{r^2} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathbf{Z}\,e^2}{r^2}$ 
Rayon	$r = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m e^2}(n^2)$	$r' = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m\,\mathbf{Z}\,e^2}(n^2) = \frac{r}{\mathbf{Z}}$
Energie	$E = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) = -13.6\cdot\left(\frac{1}{n^2}\right)$	$E' = -\frac{m\,\mathbf{Z}^2\,e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) = -13.6\cdot\left(\frac{\mathbf{Z}^2}{n^2}\right)$
Ecart d'énergie	$\Delta E = -13.6\cdot\left(\frac{1}{n_f^2}-\frac{1}{n_i^2}\right)$	$\Delta E' = -13.6\ \mathbf{Z}^2\cdot\left(\frac{1}{n_f^2}-\frac{1}{n_i^2}\right)$
Longueur d'onde	$\lambda = \left[R_H\cdot\left(\frac{1}{p^2}-\frac{1}{n^2}\right)\right]^{-1}$	$\lambda' = \left[\mathbf{Z}^2\ R_H\cdot\left(\frac{1}{p^2}-\frac{1}{n^2}\right)\right]^{-1}$

Y a le nombre de proton (le numéro atomique **Z**) qui entre en jeux.

Pour l'énergie d'ionisation (E_I), c'est une transition d'un niveau à un niveau **n=∞**, donc **:**

$$|\Delta E_{\infty-i}| = |E_\infty - E_i| = 13,6\cdot\mathbf{Z}^2\left(\frac{1}{\infty^2}-\frac{1}{n_i^2}\right)$$

A ce niveau y a une question qui se pose, l'hydrogénoïde est-il stable (dans l'état fondamentale) ? c'est pour donner une valeur au niveau initial. Dans le cas présent c'est le niveau un, donc ça nous donne cette équation :

$$|\Delta E_{\infty-i}| = E_I = 13,6\cdot\frac{\mathbf{Z}^2}{n_i^2} = 13,6\cdot\mathbf{Z}^2 = 122,4\quad eV$$

$$\mathbf{Z} = \sqrt{\frac{122,4}{13,6}} = 3$$

2) Calculer la longueur d'onde (en Å) de la radiation qui permettrait d'arracher cet électron.

Il existe une équation très pratique pour résoudre ce problème :

$$\Delta E_{(eV)} = \frac{12400}{\lambda_{(\text{Å})}}$$

D'où vient le facteur 12400 :

$$\left|\Delta E_{(eV)}\right| = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}_{(J \cdot s)} \cdot 3 \cdot 10^{8}_{(m \cdot s^{-1})}}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot \lambda_{(m)} \cdot 10^{-10}} = \frac{12400}{\lambda_{(\text{Å})}}$$

Ça donne λ= 101,3 Å

3) Calculer l'énergie totale de cet électron s'il est dans son second état d'excitation.

$$|\Delta E_{3-1}| = |E_3 - E_1| = -13,6 \cdot \mathbf{Z}^2 \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{1^2} \right) = 108,8 \quad eV$$

4) Calculer le rayon de l'orbite quand électron se trouve au troisième niveau (n = 3).

$$r' = \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m \, \mathbf{Z} \, e^2} \left(n^2 \right) = \frac{r}{\mathbf{Z}}$$

$$r' = 3r = 3.0{,}53 = 1{,}59 \text{ Å}$$

5) Montrer que l'absorption d'un photon de nombre d'onde σ = $1{,}56 \cdot 10^{8}$ m^{-1} par l'hydrogénoïde Be^{3+} à l'état fondamental est possible.

$$\sigma = 1/\lambda = 1{,}56 \cdot 10^{8} \text{ m}^{-1} \Rightarrow \lambda = 64{,}1 \text{ Å} \Rightarrow \Delta E = 12400 \ / \ 64{,}1 = 193{,}44 \text{ eV}$$

$$|\Delta E_{n-1}| = |E_n - E_1| = -13,6 \cdot \mathbf{Z}^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{1^2} \right) = 193,44 \quad eV$$

On trouve n=3 un nombre entier non nul, donc la transition est possible

Fiche Travaux dirigé (TD) N° 1 en Atomistique

Exercice 1 :

Les raies spectrales

Un spectre d'hydrogène peu se décomposer en plusieurs série, dans cet exercice on se limitera aux trois première.

1) Chaque série est composée de plusieurs raies, a quel phénomène correspond ces raies ?

Une raie est caractérisée par sa longue d'onde, et avec cette dernière on peut déduire l'énergie et la fréquence.

2) Quelle est l'expression générale donnant la longueur d'onde d'une raie ?
3) Trouvez la longueur d'onde qui correspond aux quatre premières raies (en Å) d'une série qui appartiens au domaine du visible.
4) Trouvez la longueur d'onde qui correspond aux quatre premières raies (en Å) d'une série qui appartiens au domaine du visible.

Les raies de chaque série sont encadrées par deux raies limites nommées λ_i pour la limite inférieure et $\lambda\infty$ pour la limite supérieure.

5) Établir une formule générale permettant le calcul de ces deux limites. Calculer λ_i et $\lambda\infty$ pour les 5 premières séries.

Exercice 2 :

1) Si l'énergie d'ionisation d'un hydrogénoïde est égale à 122,4 eV, de quel élément s'agit-il (le numéro atomique Z) ?
2) Calculer la longueur d'onde (en Å) de la radiation qui permettrait d'arracher cet électron.
3) Calculer l'énergie totale de cet électron s'il est dans son second état d'excitation.
4) Calculer le rayon de l'orbite quand électron se trouve au troisième niveau (n = 3).
5) Montrer que l'absorption d'un photon de nombre d'onde σ = $1,56 \cdot 10^8$ m^{-1} par l'hydrogénoïde Be^{3+} à l'état fondamental est possible.