

# Chapitre 1 : Méthodes du raisonnement mathématique



## 1. Exercices

### 1.1. Énoncés

#### Exercice 1 :

Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies, lesquelles sont fausses et pourquoi ?

1.  $(2 < 3)$  et  $(2 \text{ divise } 4)$ .
2.  $(2 < 3)$  et  $(2 \text{ divise } 5)$ .
3.  $(2 < 3)$  ou  $(2 \text{ divise } 5)$ .
4.  $(2 < 3)$  et  $\overline{(2 \text{ divise } 5)}$ .
5.  $\overline{(2 < 3)}$  ou  $(2 \text{ divise } 5)$ .

#### Exercice 2 :

Compléter les pointillés par le connecteur logique qui s'impose :  $(\Leftrightarrow, \Rightarrow)$

1.  $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 = 4 \quad \dots \quad x = 2$ .
2.  $\forall x \in \mathbb{C} : z = \bar{z} \quad \dots \quad z \in \mathbb{R}$ .
3.  $\forall x \geq 0 : x^2 = 1 \quad \dots \quad x = 1$ .

#### Exercice 3 :

Soient les quatre assertions suivantes :

1.  $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : x + y > 0$ .
2.  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : x + y > 0$ .
3.  $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : x + y > 0$ .
4.  $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : y^2 > x$ .

(a) Les assertions 1; 2; 3; 4 sont-elles vraies ou fausses ?

(b) Donner leur négation.

#### Exercice 4 :

Soit  $n$  un entier. Énoncer et démontrer la contraposée de l'assertion suivante : Si  $n^2$  est impair, alors  $n$  est impair.

#### Exercice 5 :

Montrer que :  $1^1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1), \forall n \in \mathbb{N}^*$ .