2. Calculer la limite en 0 de $\dfrac{e^{\cos(x)} - e}{\cos(x) - 1}$.

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{\cos(x)} - e}{\cos(x) - 1} = \lim_{x\to 0} e^{\cos(x)} = e.$$

5. Exercices

Exercice 1 :

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x - 10}}{x - 7}$.
2. $f(x) = \dfrac{2}{x^2 + 3x}$.
3. $f(x) = \dfrac{\sqrt{3x - 1}}{\sqrt{x + 4}}$.
4. $f(x) = \sqrt{x^2 - 11x + 18}$.
5. $f(x) = \dfrac{2 + x}{\sqrt{4x - 1}}$.
6. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$.
7. $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$.
8. $f(x) = \dfrac{3x - 5}{\sqrt{2x + 6}}$.

Exercice 2 :

- Montrer que : $\lim_{x\to 2}(4x - 3) = 5$.
- Montrer que : $\lim_{x\to 1}(2x + 3) = 5$.

Exercice 3 :

Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim_{x\to +\infty} \sqrt{\dfrac{4x + 5}{x - 2}}$.
2. $\lim_{x\to -\infty} 2x^3 - 5x^2 + x + 1$.
3. $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{x^2 + x - 1}{2x^2 + x}$.
4. $\lim_{x\to -\infty} 4 + \dfrac{1}{x} - \dfrac{2}{x^2}$.
5. $\lim_{x\to 3^+} \dfrac{1 - 4x}{x - 3}$.
6. $\lim_{x\to +\infty} \dfrac{x + \sqrt{x}}{x + 1}$.
7. $\lim_{x\to 1^+}(x - 1)\sqrt{\dfrac{x + 3}{x^2 - 1}}$.

8. $\lim_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{x\sin x}$.

Exercice 4 :

1. Soit $f(x) = -x^2 + 6x - 8$. Montrer que f est majorée par 1 sur D_f.
2. Soit $g(x) = \dfrac{-x+1}{x^2+1}$. Montrer que g est minorée par 1 sur $[-1, 0]$.
3. Soit $h(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}; |h(x)| \leq 1$ (i.e : h est bornée).

Exercice 5 :

Soit $f(x) = \dfrac{x - 2\sin x}{|x| + 3}$ avec $D_f = \mathbb{R}$.

1. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}: \ |x - 2\sin x| \leq |x| + 2$.
2. Déduire que f est bornée.

Exercice 6 :

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{x^2-1} + x$.

1. Déterminer D_f.
2. Montrer que f est continue sur $]-\infty, -1[$.
3. Déterminer $f'(x)$.

Exercice 7 :

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} \sin x & si \quad x \geq 0 \\ x & si \quad x < 0 \end{cases}$.

Étudier la dérivabilité et la continuité de f sur D_f.

Exercice 8 :

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \sin(e^x)$.
2. $g(x) = \sqrt{x^2 + e^{-3x}}$.
3. $h(x) = \ln(x^3 + \sqrt{x})$.