

4. Exercices

Exercice 1 :

1. Déterminer le DL de $\sqrt{1 + \sin(x)}$ au voisinage de 0 à l'ordre $n = 3$.
2. Déterminer le DL de $\ln\left(\frac{\sin(x)}{x}\right)$ au voisinage de 0 à l'ordre $n = 4$.
3. Déterminer le DL de $x^3 - 2x$ au voisinage de 1 à l'ordre $n = 3$.
4. Déterminer le DL de $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2}}$ au voisinage de ∞ à l'ordre $n = 2$.

Exercice 2 :

Calculer les limites suivantes en utilisant les DL.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln(x)} \right)$.
2. $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{e}}{\ln(x) - 1}$.
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(e^{\frac{1}{x}} - e^{\frac{1}{1+x}} \right)$.
4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^5 \left(\operatorname{argsh}\left(\frac{1}{x}\right) + \arcsin\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{2}{x} \right)$.

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{1+x+x^2}$.

1. Déterminer le développement limité de f , à l'ordre 2 au voisinage de 0.
2. En déduire l'équation de la tangente au point d'abscisse $x = 0$ et la position de la tangente par rapport à la courbe.

Exercice 4 :

1. Calculer le DL à l'ordre 2 en $x = 2$ de $f(x) = \ln(x)$ et $g(x) = x^3 - x^2 - x - 2$.
2. En déduire : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x) - \ln(2)}{x^3 - x^2 - x - 2}$.