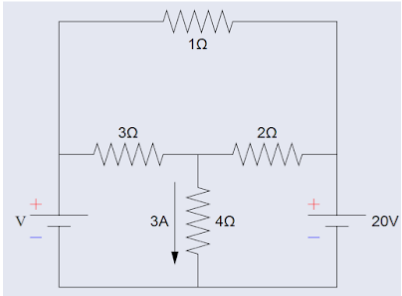
Exercices résolus sur méthode de Kirchhoff

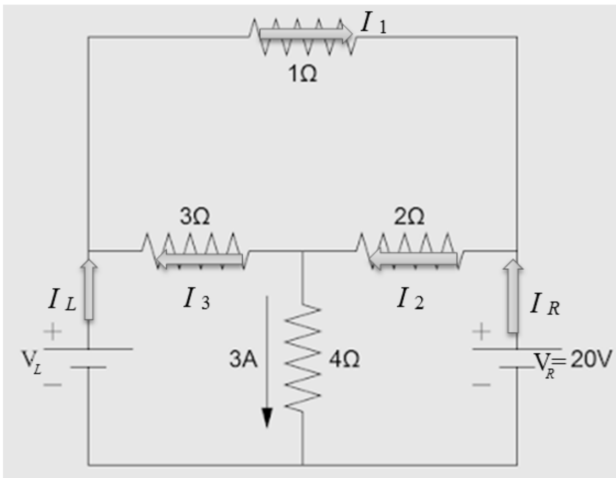
Exercice 1

Compte tenu du circuit ci-dessous avec 3 A du courant traversant la résistance de 4 Ω comme indiqué sur le schéma à droite. Déterminer



1. le courant à travers chacune des autres résistances,
2. la tension de la batterie sur la gauche.
3. la puissance délivrée au circuit par la batterie à droite.

Solution



1. boucle de dessus à droite

$$20\ V = I_2\ (\Omega\ 2) + (3\ A)\ (4\ \Omega)$$
$$I_2 = 4\ A$$

2. nœud entre (3 Ω, 2 Ω)

$$I_2 = I_3 + I_4$$
$$4 = I_3 + 3$$
$$I_3 = 1\ A$$

3. boucle du haut

$$I_1\ (1\ \Omega) = (4\ A)\ (2\ \Omega) + (1\ A)\ (3\ \Omega)$$
$$I_1 = 11\ A$$

4. pour la boucle inférieure.

$$20\ V = (4\ A)\ (2\ \Omega) + (1\ A)\ (3\ \Omega) + V_G$$

$$V_G = 9\ V$$

5. courant débité par la source de gauche $I_{Left} = I_L$

$$I_L = I_1 + I_3$$
$$I_L = 11\ A + A\ 1$$
$$I_L = 12\ A$$

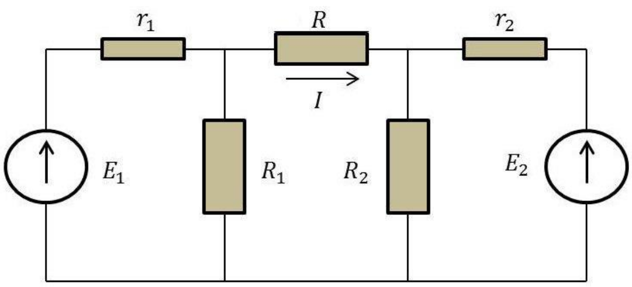
6. le courant débité par la source de droite $I_{Right} = I_R$

$$I_R = I_L + I_4$$
$$I_R = 12\ \ + 3$$
$$I_R = 15\ A$$

7. la puissance de la batterie sur la droite ...

$$P = V_R \text{ x } I$$
$$P = (20\ V)\ (15\ A)$$
$$P = 300\ W$$

. ***Exercice 2***



On considère le réseau ci-contre en régime permanent. Déterminer l'expression littérale du courant I circulant dans la résistance R en appliquant les trois méthodes possibles :

2.1 méthode de Kirchoff,

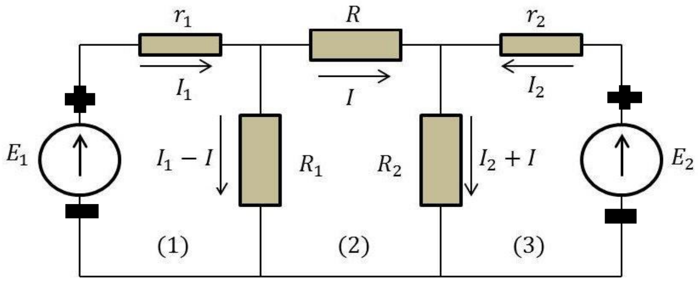
2.2 théorème de Thévenin,

2.3 théorème de Norton.

Solution

Nous donnons à priori l'expression de la formule recherchée :

2.1. Méthode de Kirchoff



En suivant la loi des intensités, on peut écrire pour chacune des trois mailles :

$$\begin{cases} -E_1 + r_1 I_1 + R_1 (I_1 - I) = 0 \\ R\, I + R_2 (I_2 + I) - R_1 (I_1 - I) = 0 \\ -E_2 + r_2 I_2 + R_2 (I + I_2) = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} E_1 = (r_1 + R_1) I_1 - R_1 I \\ 0 = -R_1 I_1 + R_2 I_2 + (R + R_1 + R_2) I \\ E_2 = (r_2 + R_2) I_2 + R_2 I \end{cases}$$

AN. $r_1 = r_2 = 1\ \Omega$, $R = 4\ \Omega$, $R_1 = R_2 = 2\ \Omega$ et $E_1 = 5V$, $E_2 = 10V$

On utilisant la méthode de Cramer, on peut calculer les courants I, I_1, I_2

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & 6 \\ 0 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} - 0\begin{vmatrix} -2 & 6 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 3(4 - 18) - 2(-6) = -30$$

En particulier le courant I circulant à travers R

$$I = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 0 & 5 \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 10 \end{vmatrix}}{-30} = \frac{3\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 10 \end{vmatrix} - 0\begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 10 \end{vmatrix} + 5\begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}}{-30} = \frac{3\times 20 + 5\times(-6)}{-30} = -1\ A < 0$$

Puisque le courant I est négatif alors on inverse le sens de la flèche de I dans le circuit et dans ce cas $I = 1A$.

On peut continuer la détermination de I_1 et I_2 par la même méthode.

2.2. Reprendre le même circuit en utilisant le théorème de Thévenin puis le théorème de Norton pour le calcul de *I*.