Université d'Oran
LMD-Génie Biomédical **2020-2021**

Fiche de TD

Matrices-Déterminants et Résolutions des systèmes linéaires.

L.Mébarki

Université d'Oran Es-Sénia
Faculté des sciences exactes et appliquées — Année universitaire 2020-2021
LMD-1^{ere} Année Génie biomédical

Mathématiques 2 Fiche de TD n°1
Matrices-Déterminants-Résolution des systèmes

Exercice 1

Soient les matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \\ 7 & 1 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 5 & 4 \\ 3 & 0 & -2 & 5 \\ -2 & 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ -4 & 0 & -2 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

1) Calculer $A + 2C$, $A - I_3$ et en déduire $A^2 - A$.
2) Faites si possible le produit des matrices:
$C \cdot D$, $A \cdot B$, $A \cdot C$, $B \cdot {}^t B$.

Exercice 2

Soient les matrices:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} -4 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}, A_4 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, A_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

a) Déterminer les A_i inversibles.
b) Calculer leurs inverses.
c) Trouver les rangs des $A_i, \forall i$.

Exercice 3

Soit la matrice A_α tel que:

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} 5 & 0 & \alpha \\ 0 & 2 & -2 \\ \alpha & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

a) Déterminer α pour que A_α soit inversible.

b) pour $\alpha = 4$, trouver l'inverse de A_α

c) Résoudre alors le système suivant:

$$\begin{cases} 5x \quad + 4z = 1 \\ 2y \quad - 2z = 2 \\ 4x - 2y + 3z = 1 \end{cases}$$

Exercice 4

Soit le système (S) $\begin{cases} x - ay + a^2z = a \\ ax - a^2y + az = 1 \\ ax + y - a^3z = 1 \end{cases}$

1) Trouver le déterminant du système,
2) discuter sur $\mathbb{R}$, la résolution de ce système
3) pour $a = 2$, trouver la solution par Cramer.

Exercice 5

Résoudre le système linéaire suivant:

$$\begin{cases} \lambda x + y + z + t = a \\ x + \lambda y + z + t = 0 \\ x + y + \lambda z + t = a \\ x + y + z + \lambda t = 0 \end{cases}$$

où λ, a sont des réels donnés, x, y, z, t les inconnues, discuter la résolution du système suivant λ, a.